УДК 796.015

Ю. В. Воронович
Y. V. Voronovich

А. Е. Покатилов
A. E. Pokatilov

Ю. В. Лисейчикова
Y. V. Liseichykova

Д. А. Лавшук
D. A. Lavshuk

БИОМЕХАНИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ПРОСТРАНСТВЕННОГО ДВИЖЕНИЯ НА КИНЕМАТИЧЕСКОМ УРОВНЕ

BIOMECHANICAL ANALYSIS OF SPATIAL MOTION AT THE KINEMATIC LEVEL

Аннотация. *В работе на теоретическом уровне исследовано пространственное движение во время выполнения ударов руками и ногами в профессионально-прикладной физической подготовке. Показано, что механико-математические модели для расчета кинематики движения суставов и центров масс звеньев биомеханической системы являются достаточно сложными и громоздкими, но при использовании рекуррентных отношений модели сворачиваются по одноименным параметрам, что дает приемлемую форму уравнениям для проведения вычислительного эксперимента на компьютере.*

Summary. *In the work, at a theoretical level, the spatial movement during the execution of punches and kicks in professional-applied physical training was studied. It is shown that the mathematical models for calculating the kinematics of the movement of the joints and the centers of mass of the links of the biomechanical system are quite complex, but when using recurrent relations, the models are folded according to the same parameters, which gives an acceptable form to the equations for conducting a computational experiment on a computer.*

Ключевые слова: *биомеханическая система, биомеханический анализ, пространственное движение, кинематические характеристики.*

Keywords: *biomechanical system, biomechanical analysis, spatial movement, kinematic characteristics.*

Движение при выполнении приемов в единоборствах является, во-первых, сложным, во-вторых, пространственным. При проведении биомеханических исследований такого движения всегда заранее измеряются параметры человеческого тела. Это позволяет разработать методику расчета характеристик пространственного движения биомеханической системы (далее — БМС) по данным видеосъемки всего одной видеокамеры, то есть по координатам человека на плоскости.

Также отметим, что расчет кинематики предваряет исследования по динамике пространственного движения и дает исходные данные как в области механико-математических моделей, так и для проведения вычислительного эксперимента. Именно с использованием моделей кинематики разрабатываются модели движения на динамическом уровне [1; 2].

В биомеханических исследованиях используются определенные точки человеческого тела. Это в первую очередь кинематические пары модели БМС (суставы) и центры масс звеньев (костей). К таким точкам необходимо отнести и общий центр масс (далее — ОЦМ). Для упрощения ссылок на них в данной работе будем их называть характерными точками.

Моделирование кинематики локомоций сложных биосистем в сферических координатах

На рисунках 1а) и 1б) показано начальное и конечное положение тела при выполнении кругового удара ногой.

а) *б*)

Рис. 1. *Круговой удар ногой*

Координаты суставов БМС. Начнем рассмотрение положения суставов биомеханической системы с определения их координат относительно полюса *P*. На рисунке 2 показаны системы координат, учитывающих многозвенный характер биомеханической системы. Здесь векторы моделируют опорно-двигательный аппарат по рисункам 1а) и 1б). На рисунке показан только фрагмент БМС — три первых звена модели — и некоторые ее характерные точки.

Движение звеньев относительно выбранного полюса — это реализация регионального движения, в классической же механике такое движение получило название как относительное [3].

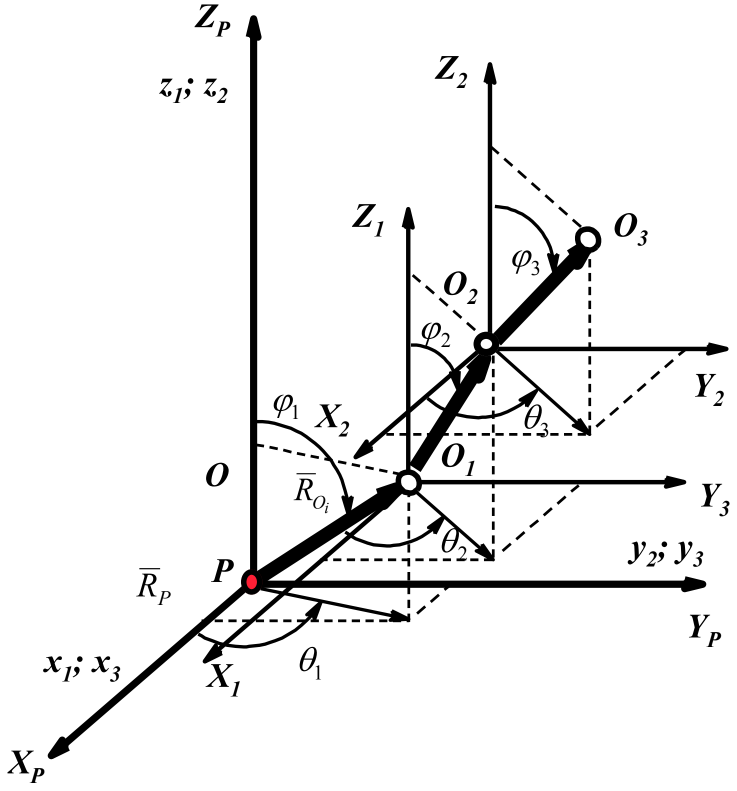

Рис. 2. *Расчетная схема в кинематике для относительного движения БМС*

При расчете кинематических биомеханических характеристик будем использовать как сферическую систему координат, так и пространственную декартовую прямоугольную. Алгоритм получения уравнений следующий [4; 5]:

- вывод уравнений для каждого звена трехзвенной модели БМС, представляющей собой кинематическую цепь;
- сворачивание полученной системы уравнений по одноименным параметрам и получение уравнения координат относительно полюса *P* в общем виде с использованием рекуррентных отношений;
- определение сферических координат каждого звена относительно полюса;
- вывод уравнений для определения сферических координат суставов относительно полюса в общем виде;
- запись в общем виде уравнения координат суставов в абсолютной (неподвижной) декартовой координатной системе с использованием сферических координат каждого звена и координат полюса;
- вывод уравнений для определения сферических координат суставов в абсолютной (неподвижной) декартовой координатной системе.

Отметим важный момент: сферическая система координат востребована во многих областях науки и техники — математика, геодезия, физика, астрономия. По этой причине существуют как разные названия углов сферической системы координат, так и разное направление отсчета. Поэтому укажем, что в данной работе выбран один из вариантов сферических координат и он не единственный.

Координаты суставов относительно полюса Р. На рисунке 2 показана расчетная схема для определения кинематических характеристик движения характерных точек *БМС* относительно полюса *Р*.

Координаты суставов для каждого звена биомеханической системы определятся как:

$$X_{PO_1} = L_1 \sin\theta_1 \cos\varphi_1, \quad (1)$$

$$Y_{PO_1} = L_1 \sin\theta_1 \sin\varphi_1, \quad (2)$$

$$Z_{PO_1} = L_1 \cos\theta_1, \quad (3)$$

$$X_{PO_2} = L_1 \sin\theta_1 \cos\varphi_1 + L_2 \sin\theta_2 \cos\varphi_2, \quad (4)$$

$$Y_{PO_2} = L_1 \sin\theta_1 \sin\varphi_1 + L_2 \sin\theta_2 \sin\varphi_2, \quad (5)$$

$$Z_{PO_2} = L_1 \cos\theta_1 + L_2 \cos\theta_2, \quad (6)$$

$$X_{PO_3} = L_1 \sin\theta_1 \cos\varphi_1 + L_2 \sin\theta_2 \cos\varphi_2 + L_3 \sin\theta_3 \cos\varphi_3, \quad (7)$$

$$Y_{PO_3} = L_1 \sin\theta_1 \sin\varphi_1 + L_2 \sin\theta_2 \sin\varphi_2 + L_3 \sin\theta_3 \sin\varphi_3, \quad (8)$$

$$Z_{PO_3} = L_1 \cos\theta_1 + L_2 \cos\theta_2 + L_3 \cos\theta_3. \quad (9)$$

Сворачиваем систему уравнений (1)–(9) по одноименным параметрам и в общем виде в проекциях на декартовую прямоугольную систему координат имеем:

$$X_{PO_i} = \sum_{k=1}^{i} L_k \sin\theta_k \cos\varphi_k, \quad (10)$$

$$Y_{PO_i} = \sum_{k=1}^{i} L_k \sin\theta_k \sin\varphi_k, \quad (11)$$

$$Z_{PO_i} = \sum_{k=1}^{i} L_k \cos\theta_k. \quad (12)$$

Определяем сферические координаты относительно полюса для каждого сустава:

$$R_{PO_i} = \sqrt{X_{ПO_i}^2 + Y_{ПO_i}^2 + Z_{ПO_i}^2} =$$
$$= \sqrt{\left(\sum_{k=1}^{i} L_k \sin\theta_k \cos\varphi_k\right)^2 + \left(\sum_{k=1}^{i} L_k \sin\theta_k \sin\varphi_k\right)^2 + \left(\sum_{k=1}^{i} L_k \cos\theta_k\right)^2}, \quad (13)$$

$$\theta_{Pi} = arccos\frac{Z_{PO_i}}{R_{PO_i}} = arccos\frac{\sum_{k=1}^{i} L_k\, cos\,\theta_k}{R_{ПO_i}}, \tag{14}$$

$$\varphi_{Pi} = arccos\frac{R_{PO_i}\, sin\,\theta_{Пi}}{X_{PO_i}} = arccos\frac{R_{PO_i}\, sin\,\theta_{Пi}}{\sum_{k=1}^{i} L_k\, sin\,\theta_k\, cos\,\varphi_k} \text{ или} \tag{15}$$

$$\varphi_{Pi} = arcsin\frac{R_{PO_i}\, sin\,\theta_{Пi}}{Y_{PO_i}} = arcsin\frac{R_{PO_i}\, sin\,\theta_{Пi}}{\sum_{k=1}^{i} L_k\, sin\,\theta_k\, sin\,\varphi_k}. \tag{16}$$

Здесь радиальное расстояние R_{PO_i} является величиной переменной ($R_{PO_i} = var$). Уравнения (13)–(16) позволяют рассчитать сферические координаты в подвижной системе координат относительно полюса [6; 7].

Положение суставов в абсолютной системе координат. Сферические координаты полюса *P* относительно абсолютной системы координат обозначим как R_P, θ_P, φ_P. В этом случае положение полюса *P*, радиальное расстояние до которого в неподвижной системе координат описывается параметром R_P, является величиной переменной ($R_P = var$), как и углы θ_P, φ_P ($\theta_P = var$, $\varphi_P = var$).

В декартовой системе координат для полюса *P* имеем:

$$X_P = R_P\, sin\,\theta_P\, cos\,\varphi_P, \tag{17}$$

$$Y_P = R_P\, sin\,\theta_P\, sin\,\varphi_P, \tag{18}$$

$$Z_P = R_P\, cos\,\theta_P. \tag{19}$$

Тогда абсолютные координаты для суставов с учетом системы уравнений (10)–(12) и (17)–(19) запишем в общем виде как:

$$X_{O_i} = X_P + X_{PO_i} = R_P\, sin\,\theta_P\, cos\,\varphi_P + \sum_{k=1}^{i} L_k\, sin\,\theta_k\, cos\,\varphi_k, \tag{20}$$

$$Y_{O_i} = Y_P + Y_{PO_i} = R_P\, sin\,\theta_P\, sin\,\varphi_P + \sum_{k=1}^{i} L_k\, sin\,\theta_k\, sin\,\varphi_k, \tag{21}$$

$$Z_{O_i} = Z_P + Z_{PO_i} = R_P\, cos\,\theta_P + \sum_{k=1}^{i} L_k\, cos\,\theta_k. \tag{22}$$

Сферические координаты каждого сустава относительно начала координат абсолютной координатной системы *OXYZ* имеем в виде R_{O_i}, θ_{O_i}, φ_{O_i}. Используя выражения (20)–(22), запишем:

$$R_{O_i} = R_P + R_{PC_i} = \sqrt{\left(X_P + X_{PO_i}\right)^2 + \left(Y_P + Y_{PO_i}\right)^2 + \left(Z_P + Z_{PO_i}\right)^2} = \tag{23}$$

$$=\left[\left(R_P \sin\theta_P \cos\varphi_P + \sum_{k=1}^{i} L_k \sin\theta_k \cos\varphi_k\right)^2 + \right.$$

$$+\left(\sum_{k=1}^{i} R_P \sin\theta_P \sin\varphi_P + \sum_{k=1}^{i} L_k \sin\theta_k \sin\varphi_k\right) +$$

$$\left. + \left(R_P \cos\theta_P + \sum_{k=1}^{i} L_k \cos\theta_k\right)^2\right]^{1/2},$$

$$\theta_{Oi} = \arccos\frac{Z_{O_i}}{R_{O_i}} = \arccos\frac{R_P \cos\theta_P + \sum_{k=1}^{i} L_k \cos\theta_k}{R_{O_i}}, \tag{24}$$

$$\varphi_{Oi} = \arccos\frac{R_{O_i} \sin\theta_{Oi}}{X_{O_i}} = \arccos\frac{R_{O_i} \sin\theta_{Oi}}{R_P \sin\theta_P \cos\varphi_P + \sum_{k=1}^{i} L_k \sin\theta_k \cos\varphi_k} \tag{25}$$

или

$$\varphi_{Oi} = \arcsin\frac{R_{O_i} \sin\theta_{Oi}}{Y_{O_i}} = \arcsin\frac{R_{O_i} \sin\theta_{Oi}}{R_P \sin\theta_P \sin\varphi_P + \sum_{k=1}^{i} L_k \sin\theta_k \sin\varphi_k}. \tag{26}$$

Отметим, что углы θ и φ во всех формулах, включая и уравнения (23)–(26) являются переменными относительно любой системы координат. Радиальное расстояние тоже величина переменная во всех координатных системах, если только в качестве этого параметра не выступает само звено БМС (кость) [8; 9].

Использование рекуррентных отношений позволяет свернуть модели кинематики по одноименным параметрам до вполне компактного вида. Последний фактор важен для выполнения в последующем вычислительного эксперимента и создания эффективных алгоритмов.

В случае если в качестве полюса выбрана неподвижная точка БМС, например стопа, то пересчет координат в абсолютную координатную систему не нужен.

При разработке расчетных алгоритмов на основе уравнений (1)–(26) необходимо учитывать возрастающую сложность и громоздкость уравнений. Поэтому не всегда есть необходимость приводить выражения к конечному виду, когда в формулы подставлены все входящие в них члены. В этом случае удобнее рассчитывать формулы поэтапно, а конечный результат получать уже численно, на основе результатов расчетов предыдущих формул [10; 11].

На основе уравнений (1)–(26) и по такой же методике разрабатываются и модели для расчета координат центров тяжести звеньев биомеханической системы.

1. Григорьев А. Ю., Малявко Д. П., Федорова Л. А. Сферическое движение твердого тела : учеб.-метод. пособие. СПб. : НИУ ИТМО : ИХиБТ, 2014. 37 с. Вернуться к статье
2. Покатилов А. Е., Воронович Ю. В., Скачинский А. П. Биомеханический аспект подготовки курсантов в области профессионально-прикладной физической подготовки // Актуальные проблемы огневой, тактико-специальной и профессионально-прикладной физической подготовки : сб. ст. V Междунар. науч.-метод. конф. / учреждение образования «Могилевский институт Министерства внутренних дел Республики Беларусь» ; редкол.: В. В. Борисенко (отв. ред.) [и др.]. 2020. С. 282–288. Вернуться к статье
3. Гусак А. А., Гусак Г. М. Справочник по высшей математике. Минск : Навука і тэхніка, 1991. 480 с. Вернуться к статье
4. Воронович Ю. В., Каранкевич А. И., Покатилов А. Е. Возможности использования обобщенных координат биомеханической системы для оценивания отдельных видов ударной техники (на примере прямого удара ногой) // Актуальные вопросы права, образования и психологии : сб. науч. тр. / учреждение образования «Могилевский институт Министерства внутренних дел Республики Беларусь». Могилев, 2020. Вып. 8. С. 204–215. Вернуться к статье
5. Моделирование сложно-координированного целенаправленного движения спортсмена: проблемы и пути решения / М. А. Киркор [и др.] // Проблемы физики, математики и техники. 2020. № 4 (45). С. 68–75. Вернуться к статье
6. Покатилов А. Е. , Воронович Ю. В., Симанкова Т. Д. Проблемы исследования пространственного движения в спорте // Биомеханика двигательных действий и биомеханический контроль в спорте : материалы VI Всерос. науч.-практ. конф. с междунар. участием, Малаховка, 29–30 окт. 2020 г. / Москов. гос. акад. физ. культуры ; ред.-сост.: А. Н. Фураев. Малаховка, 2020. С. 89–94. Вернуться к статье
7. Воронович Ю. В. Компьютерная программа построения биомеханических характеристик техники тяжелоатлетических упражнений // Актуальные вопросы права, образования и психологии : сб. науч. тр. / учреждение образования «Могилевский институт Министерства внутренних дел Республики Беларусь». Могилев, 2019. Вып. 7. С. 94–98. Вернуться к статье
8. Загревский В. И., Лавшук Д. А., Воронович Ю. В. Кинематика пространственной модели неразветвленной биомеханической системы в условиях упругой фиксированной опоры // Современное образование и воспитание: тенденции, технологии, методики : сб. науч. ст. Междунар. науч.-практ. конф., посвящ. 100-летию МГУ им. А. А. Кулешова, Могилев, 28 марта 2013 г. Могилев : МГУ им. А. А. Кулешова, 2013. С. 330–333. Вернуться к статье
9. Воронович Ю. В., Лавшук Д. А., Солонец А. В. Эволюция бесконтактных биомеханических методов регистрации техники соревновательных упражнений // Здоровье для всех : материалы IV междунар. науч.-практ. конф., Пинск, 26–27 апр. 2012 г. / Полесский гос. ун-т ; Национальный банк Республики Беларусь [и др.] ; редкол.: К. К. Щебеко [и др.]. Пинск : ПолесГУ, 2012. С. 63–65. Вернуться к статье

10. Воронович Ю. В. , Лавшук Д. А., Загревский В. И. Сравнительный биомеханический анализ основных динамических характеристик техники рывка в тяжелой атлетике // Мир спорта. 2013. № 1 (50). С. 35–40. Вернуться к статье

11. Воронович Ю. В., Лавшук Д. А., Загревский В. И. Педагогико-биомеханическое структуирование упражнения «Рывок» в тяжелой атлетике // Биомеханика двигательных действий и биомеханический контроль в спорте : материалы V Всерос. с междунар. участием науч.-практ. конф., 23–24 ноября 2017 г. / под ред. А. Н. Фураева. М. ; Малаховка, 2017. С. 17–22. Вернуться к статье